Superposición de Ondas. Ondas estacionarias

1. ¿Cuál es la frecuencia mínima a la que puede ser afinada la cuerda de un piano?

Las notas de los pianos se afinan pulsando la tecla del piano correspondiente y haciendo sonar simultáneamente el afinador. Cuando las frecuencias de las dos ondas, f_1 y f_2, son muy parecidas entre sí, aparece el fenómeno de las pulsaciones. Las pulsaciones no son más que máximos y mínimos de la intensidad sonora creados por la interferencia constructiva y destructiva de estas dos ondas. Se puede demostrar que en este caso, nuestro sistema auditivo percibirá un único sonido correspondiente a una frecuencia de $(f_1+f_2)/2$, y cuya amplitud varía a una frecuencia dada por la diferencia $f = |f_1-f_2|$. Esta última frecuencia f es la responsable de las pulsaciones.

Vamos a suponer que el máximo período detectable para las pulsaciones es de 2 s. Esto implica que $f = |f_1-f_2| = 0.5$ Hz. Como una cota mínima, podríamos decir que la frecuencia mínima posible susceptible de ser afinada sería de $f_1 = 0.5$ Hz, aunque en la práctica a esta frecuencia queda fuera del umbral de audición humano.

2. Los tubos más cortos que se usan en los órganos tienen una longitud de 7.5 cm. (a) Cuál es la frecuencia fundamental para este tubo si se encuentra abierto por uno de sus extremos? (b) ¿Cuál es su armónico dentro del intervalo de frecuencias audibles? (aproximadamente desde 20 Hz hasta 20000 Hz)

Para resolver este problema, podemos usar la fórmula $v = f_n\lambda_n$ para expresar las frecuencias de resonancia del tubo en términos de sus longitudes de onda, y $L = n\lambda_n/2$, con $n = 1, 2, 3,\ldots$ para relacionar la longitud del tubo con las longitudes de onda de resonancia.

(a) Empecemos pues por calcular la frecuencia fundamental del tubo, en función de la velocidad del sonido y de la longitud de onda del modo fundamental:

$$f_1 = \frac{v}{\lambda_1}.$$

Por otro lado, tenemos que la condición de interferencia constructiva del tubo, aplicada al modo fundamental conduce a la siguiente igualdad

$$L = \frac{\lambda_1}{2}.$$

Por tanto,

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{340\,\text{m/s}}{2(0.075\,\text{m})} \approx 2267\,\text{Hz} = 2.667\ \text{kHz}.$$

(b) Para las frecuencias de resonancia, tenemos que

$$f_n = \frac{v}{\lambda_n} = \frac{vn}{2L} = \frac{340\,\mathrm{m/s}}{2(0.075\,\mathrm{m})}n = (2.27\,\mathrm{kHz})n\,.$$

La frecuencia máxima que podemos llegar a oír es de 20 kHz, por tanto, aplicando la fórmula anterior a esta frecuencia, obtenemos el valor máximo de *n*:

$$n_{\text{máx}} = \frac{20\,\mathrm{kHz}}{2.27\,\mathrm{kHz}} \approx 8.82\,,$$

es decir, *con un oído normal podemos oír el octavo armónico*. Una persona con muy buena audición podría escuchar también el noveno armónico.

3. En un día de viento, las cañerías y canaletas para el agua de lluvia algunas veces resuenan. Estime la frecuencia de resonancia de una tubería de una casa unifamiliar estándar. ¿Variará esta frecuencia del invierno al verano?

Para fijar ideas, supongamos que la longitud de la tubería es de 5 m. Una tubería de estas características está abierta en ambos extremos. Las frecuencias de resonancia para esta situación son

$$f_n = n\frac{v}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

El modo fundamental es el primero que puede llegar a generarse, así que en un principio será el que escucharemos. Para este modo

$$f_1 = \frac{340\,\mathrm{m/s}}{2(5\,\mathrm{m})} = 34\,\mathrm{Hz}\,,$$

que es un sonido de baja frecuencia que sí puede oír oído humano, y corresponde a un tono grave. Por otra parte, la velocidad del sonido se relaciona con la temperatura absoluta a través de la fórmula

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}\,,$$

donde γ y R son constantes, y M es la masa molar. Por tanto, podemos ver que la velocidad del sonido es proporcional a la raíz cuadrada de la temperatura absoluta

$$v \propto \sqrt{T}\,.$$

Por tanto, *la frecuencia de resonancia será algo mayor en verano*.